

بخش سری ۱۵

تئوری تغییر شکل تیرها:

تیری را در نظر بگیرید که تحت بار گذاری‌های مختلف قرار گرفته است.



در این تیر، خمش فقط در اثر بارهای قائم ایجاد می‌شود پس تیر فوق را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت.



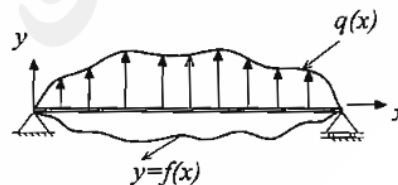
به طور کلی اگر تابع شدت بار قائم بر تیر $q(x)$ نامیده شود با انتگرال گیری‌های متوالی از این تابع می‌توان توابع برش (V) ، خمش (M) ، شیب (θ) و خیز تیر (y) را بدست آورد. بنابراین خواهیم داشت:

$$V(x) = \int q(x) dx + V_0$$

$$M(x) = \int V(x) dx + M_0$$

$$\theta(x) = \int \frac{M(x)}{EI} dx + \theta_0$$

$$y(x) = \int \theta(x) dx + y_0$$



در شکل فوق $y = f(x)$ معادله منحنی الاستیک تیر می‌باشد.

پس بدیهی است درجه تابع تغییر شکل 4 مرتبه بالاتر از تابع بارگذاری می‌باشد. همینطور می‌توان دریافت درجه تابع شیب 3 مرتبه، تابع لنگر 2 مرتبه و تابع برش 1 مرتبه از تابع بارگذاری بالاتر است.

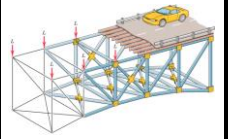
محاسبه تغییر شکل‌های خمشی در تیرها با استفاده از روابط تیرهای مهم:

مشخصات تیرهای مهم در زیر بیان شده است. حفظ این مشخصات در حل مسائل کمک بسیار زیادی می‌کند. باید توجه داشت که اغلب مسائل تغییر شکل‌ها را می‌توان به کمک این خصوصیات حل کرد. روابط زیادی برای تیرهای دیگر نیز بیان شده است که در صورت لزوم برای یافتن آن‌ها می‌توانید به کتاب‌های مرجع مراجعه کنید ولی از بر بودن این روابط در کنکور الزامی است.

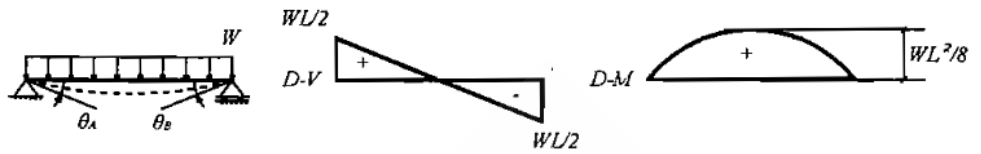


تحليل مقدماتی سازه‌ها

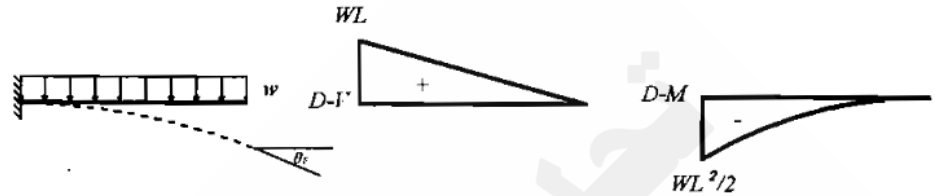
مدرس: مرادی



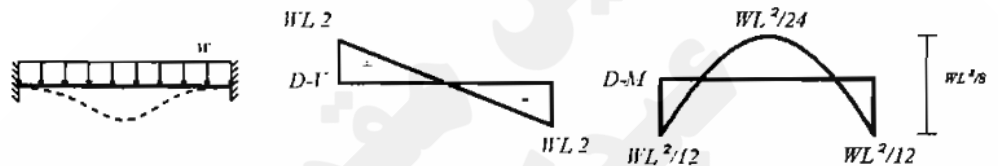
$$\begin{cases} \theta_A = \theta_B = -\frac{\omega L^3}{24EI} \\ y_{\max} = \frac{-5 \omega L^4}{384 EI} \end{cases}$$



$$\begin{cases} \theta_B = -\frac{\omega L^3}{6EI} \\ y_{\max} = \frac{-\omega L^4}{8EI} \end{cases}$$



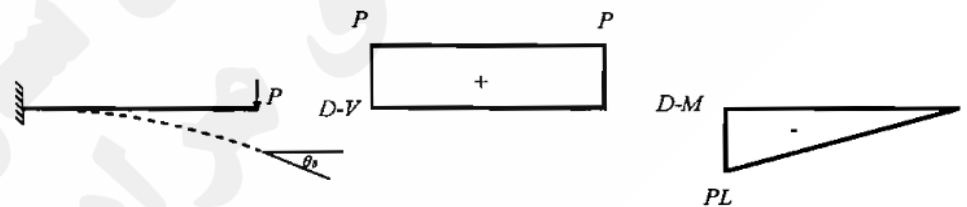
$$y_{\max} = \frac{1 \omega L^4}{384 EI}$$



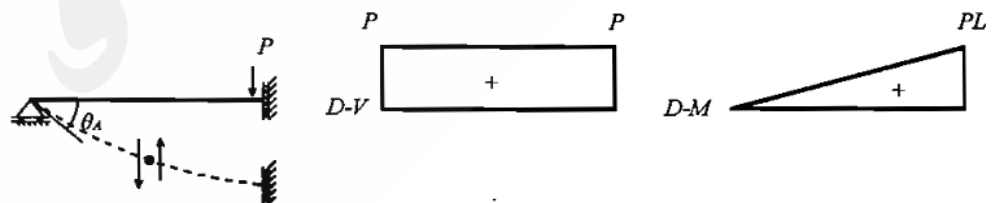
$$\begin{cases} \theta_A = -\theta_B = -\frac{1 PL^2}{16 EI} \\ y_{\max} = \frac{-1 PL^3}{48 EI} \end{cases}$$



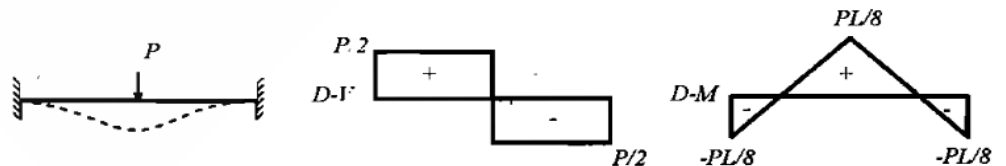
$$\begin{cases} \theta_B = -\frac{PL^2}{2EI} \\ y_B = y_{\max} = -\frac{PL^3}{3EI} \end{cases}$$



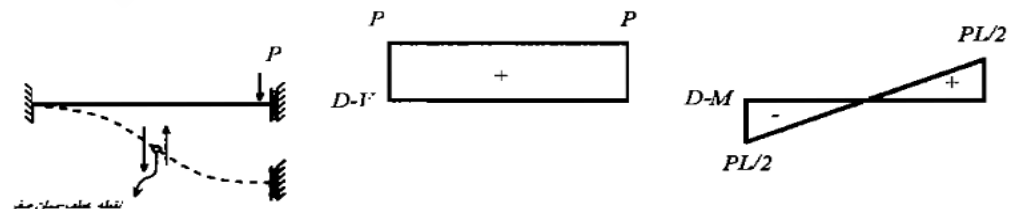
$$\begin{cases} \theta_A = -\frac{PL^2}{2EI} \\ y_{\max} = \frac{-PL^3}{3EI} \end{cases}$$



$$y_{\max} = \frac{-1 PL^3}{192 EI}$$



$$y_{\max} = -\frac{PL^3}{12EI}$$

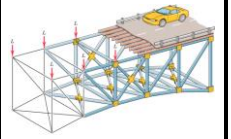


نقطه انحراف سازه

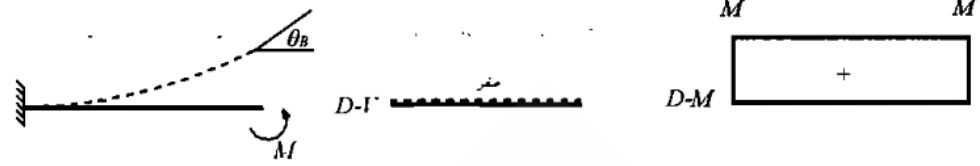


تحلیل مقدماتی سازه‌ها

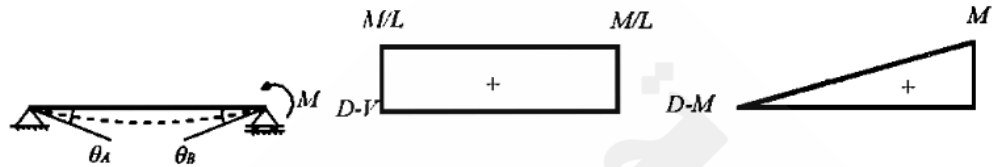
مدرس: مرادی



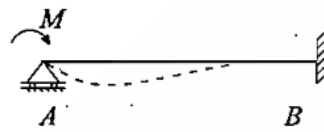
$$\begin{cases} \theta_B = \frac{ML}{EI} \\ y_B = \frac{ML^2}{2EI} \end{cases}$$



$$\begin{cases} y_{max} = \frac{\sqrt{3} ML^2}{27 EI} \\ \theta_A = -\frac{ML}{6EI} \\ \theta_B = +\frac{ML}{3EI} \end{cases}$$



$$\begin{cases} \theta_A = -\frac{ML}{4EI} \\ M_B = \frac{M}{2} \end{cases}$$

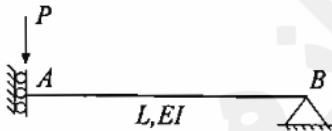


$$\begin{cases} \theta_A = -\frac{ML}{8EI} \\ \Delta_B = -\frac{ML^2}{2EI} \end{cases}$$



(سراسری ۱۳۷۴)

- خیز قائم تکیه‌گاه A را حساب کنید. تنها اثر خمش موردنظر است؟



- $\frac{PL^3}{6EI}$ (۲) $\frac{PL^3}{3EI}$ (۱)
 $\frac{PL^3}{EI}$ (۴) $\frac{PL^3}{12EI}$ (۳)

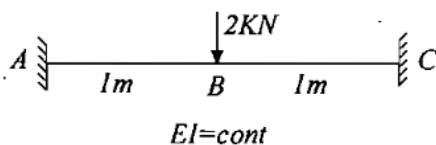
حل : گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

با توجه به روابط تیرهای مهم می‌دانیم که گزینه اول صحیح است. دقت کنید در این سازه می‌توان به جای این که نقطه B را ثابت در نظر گرفته و نقطه A را تحت بار P تغییر دهیم، می‌توان نقطه A را ثابت در نظر گرفته و بار P که همان عکس‌العمل قائم تکیه‌گاه B

است را در انتهای B اعمال کنیم که تغییر مکان همان $\frac{PL^3}{3EI}$ است.

(سراسری ۷۹)

- در شکل زیر مقدار δ_B کدام است؟

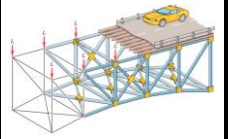


- $\frac{1}{6EI}$ (۲) $\frac{1}{12EI}$ (۱)
 $\frac{1}{2EI}$ (۴) $\frac{1}{4EI}$ (۳)



تحلیل مقدماتی سازه‌ها

مدرس: مرادی

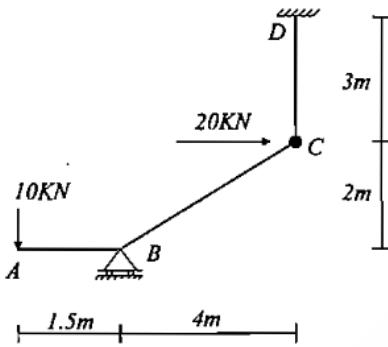


حل : گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

طبق روابط تیرهای مهم داریم:

$$\Delta_B = \frac{PL^3}{192EI} = \frac{2 \times (2)^3}{192EI} \Rightarrow \Delta_B = \frac{1}{12EI}$$

- تغییر مکان افقی نقطه C را حساب کنید. تنها اثر خمشی در نظر بوده و صلبیت خمشی مقطع EI است. (سراسری ۷۴)



(۱) صفر

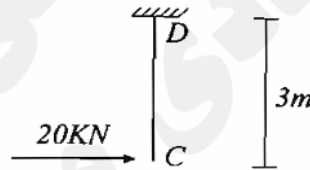
(۲) $\frac{180}{EI}$

(۳) $\frac{120}{EI}$

(۴) $\frac{720}{EI}$

حل : گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

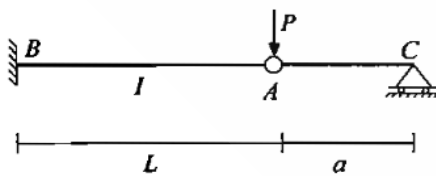
همان‌طور که از شرایط سازه می‌توان دید، بار 10kN هیچ تغییر شکل خمشی در نقطه C ایجاد نمی‌کند چراکه با نوشتن معادله لنگر در نقطه B فقط یک نیروی محوری در میله DC ایجاد می‌شود که تغییر مکان ناشی از نیروی محوری مد نظر نیست. از طرفی با توجه به غلظتی بودن تکیه‌گاه B، کل بار 20kN توسط تیر DC تحمل نمی‌شود پس برای یافتن تغییر مکان نکته C کافی است حالت سازه‌ای زیر را در نظر بگیریم:



تغییر مکان نقطه C در این تیر یک سر گیردار برابر است با:

$$\Delta_C = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{20 \times (3)^3}{3EI} = \frac{180}{EI}$$

(سراسری ۷۸)



- تغییر مکان قائم نقطه A برابر است با:

(۱) $\frac{PL^3}{3EI}$

(۲) $\frac{PL^3}{6EI}$

(۳) $\frac{PaL^3}{3EI}$

(۴) $\frac{PaL^3}{6EI}$

حل : گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

قطعه AC چون تیری دو سر مفصل است لذا در تحمل بار P هیچ نقشی ندارد و به صورت صلب دوران می‌کند لذا کل بار P توسط تیر BA تحمل می‌شود، یعنی مانند این است که بار P به یک تیر یک سر گیردار با طول L وارد می‌شود پس، منحنی تغییر شکل این سازه به صورت زیر است:

$$\Delta_A = \frac{PL^3}{3EI}$$

